سلسلة 6

الأستاذ: بنموسى محمد ثانوية: عمر بن عبد العزيز المستوى: 1 باك علوم رياضية

7: الحساب المثلثي

.01

ليكن x من $\mathbb{R}$.

نضع $a=\cos x+\cos 3x$ و $b=\sin x+\sin 3x$.

.1 بين أن: $a^2+b^2=4\cos^2 x$.

.2

أ- بين أن: $a=2\cos 2x.\cos x$ و $b=2\sin 2x\cos x$

ب- بين أن: $a+b=2\sqrt{2}\cos x.\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$

.3 حل في $\mathbb{R}$ المعادلة ثم مثل حلولها على الدائرة المثلثية :

$\cos x+\sin x+\cos 3x+\sin 3x=0$.

.4 حدد الأعداد الحقيقية x حيث: $\begin{cases}\cos x+\cos 3x=0\\ \sin x+\sin 3x=0\end{cases}$.

.02

نعتبر الدالة العددية f المعرفة ب: $f(x)=\tan^2 x+\frac{1}{\tan^2 x}$

.1 حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

.2 $f\left(\frac{2013\pi}{4}\right)$ ثم بين أن: $f(x)=\frac{1}{\cos^2 x.\sin^2 x}-2$.

.3 حل المعادلة ثم مثل الحلول على الدائرة المثلثية :

$x\in D_f\ : f(x)=2$.

.4 نعتبر المتراجحة التالية : $(E): f(x)\geq 4-\frac{2}{\tan^2 x}$

أ- بين أن: (E) تكافئ : $\frac{(\tan^2 x-3)(\tan^2 x-1)}{\tan^2 x}\geq 0$

ب- حل في $I=\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ المتراجحة (E) .

.03

.1 بين أن : $\cos\frac{\pi}{5}\cos\frac{3\pi}{5}=-\frac{1}{4}$.

.2 استنتج أن : $\cos\frac{\pi}{5}+\cos\frac{3\pi}{5}=\frac{1}{2}$.

.3 استنتج قيمة كل من $\cos\frac{3\pi}{5}$ و $\cos\frac{\pi}{5}$.

.04

نعتبر الدالة العددية f المعرفة ب:

$f(x)=\cos^2 x+\cos^2(2x)$

.1 حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

.2 بين أن : f دورية و دورها $T=\pi$.

.3 بين أن : f زوجية . استنتج D_E مجموعة دراسة f .

.4 أحسب : $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ و $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)$.

.5 أ- بين أن :

$\forall a,b\in\mathbb{R}:\cos(a+b)\cos(a-b)=\cos^2 a-\sin^2 b$

ب – بين أن : $\forall x\in\mathbb{R}\ ,\ f(x)-1=\cos x\cos 3x$

ج – حل المعادلة (E) : $f(x)=1$: $x\in[0,\pi]$.

د – مثل على الدائرة المثلثية صور حلول المعادلة (E).

ه – حل المتراجحة : $f(x)>1$, $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$.

.05

.1 بين أن :

أ- $\cos^4 x-\sin^4 x=\cos 2x$.

ب- $\sin^4 x+\cos^4 x=1-\frac{1}{2}\sin^2 2x$.

.2 بين أن :

أ- $\sin^4 x=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\sin^2 2x-\frac{1}{2}\cos 2x$.

ب- $\cos^4 x=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\sin^2 2x+\frac{1}{2}\cos 2x$.

.3 حل في $[0,\pi]$ المعادلة :

$E_1:(2-\sin^2 2x-2\cos 2x)(2-\sin^2 2x+2\cos 2x)=0$

.4 حل في $[0,\pi]$ المعادلة : $\cos^4 x\leq\sin^4 x$.

.5 نضع : $A=2(\sin x+\sin 2x)+\sin x.\sin 3x$

بين أن: $A=4\sin\frac{3}{2}x\cos\left(\frac{x}{2}\right)\left(1+\sin\frac{x}{2}\cos\frac{3x}{2}\right)$

.6 بين أن : $\forall x\in\mathbb{R}\ ;\ 1+\sin\frac{x}{2}\cos\frac{3x}{2}\neq 0$. ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $A=0$.